

# Inst-Nytt



## Matematiska institutionens Julnötter 2009



Nötkläckare: Dag Jonsson

Layout: **TeX**NaT

## VISST VAR DET VÄL BÄTTRE FÖRR?

I dessa de yttersta av dagar när i varje fall tillståndet för matematiken i landet är sämre än någonsin, om man ska tro på de senaste internationella undersökningarna, tävlar matematiker och icke-matematiker med varandra om att förklara orsakerna och att presentera universalrecept för att lösa problemen. Frågan är om det var bättre förr? Ställde man högre krav på gymnasieeleverna för 50 eller 70 år sedan jämfört med i dag?

Här kommer några uppgifter hämtade ur tidskriften *Elementa* (som för övrigt lades ned 2004) från 1940, en gammal god årgång. Givetvis kan man inte utan vidare dra några slutsatser angående matematikkunskaperna då, men det kan ändå vara intressant att se vilka uppgifter en gymnasist förväntades klara av.

**Uppgift 1.** För vilka trianglar  $ABC$  gäller relationen

$$8 \cos A \cos B \cos C + 16 \sin \frac{A}{2} \sin \frac{B}{2} \sin \frac{C}{2} = 3?$$

Nåja, denna uppgift var klassad som något svårare och var måhända i första hand tänkt som övning för gymnasielärarna. Men låt oss då i stället ta en s.k. enklare uppgift:

**Uppgift 2.** I en vid  $A$  rät vinkel i en rätvinklig triangel drages höjden mot hypotenusan. Medelpunkterna för de i deltriangelarna inskrivna cirklarna äro  $M$  och  $N$ . Den i den ursprungliga triangeln inskrivna cirkeln har medelpunkten  $O$ . Visa att  $AO = MN$ .

När man har klarat av denna lilla uppgift kan man fortsätta med:

**Uppgift 3.** I en ellips är inskriven en parallelogram, vars sidor bilda de spetsiga vinklarna  $\alpha$  resp  $\beta$  med ellipsens transversalaxel. Sök ellipsens excentricitet.

Nu invänder måhända en och annan att så excentriska uppgifter hade väl eleverna vissa svårigheter med även för 70 år sedan. Jo, så kan det förstås vara, så låt oss för balansens skull välja ut en uppgift för fyllnadsprövning efter studentexamen, för latinlinjen:

**Uppgift 4.** Bissektrisen till den räta vinkeln  $C$  i en rätvinklig triangel  $ABC$  skär hypotenusan i  $D$ . Från  $D$  drages normalen  $DE$  mot  $AC$ . Vidare är  $DE = d$ ,  $BC = a$ ,  $AC = b$ . Bevisa att

$$\frac{1}{d} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$$

Slutligen kommer här den första uppgiften i fyllnadsprövning för allmän kurs:

**Uppgift 5.** Beräkna värdet av uttrycket

$$2^y \cdot 2^z + \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{y}} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{z}}$$

där  $y$  och  $z$  äro rötterna till ekvationen  $2x^2 + 5x + 1 = 0$ .

\*\*\*

- Det var väl bättre förr?
- Jo, ju förr dess bättre, heter det ju.
  
- Som tandläkare kan jag inte nog poängtera värdet av goda matematikkunskaper. I dag har jag exempelvis borrar i fjorton tänder och dragit roten ur fem.

---

---

## HUR MAN SKÖTER OM EN DATOR – TIPS OCH RÅD FÖR DEN HÄNDIGE

Vad gör man när hårddisken har kraschat eller att Windows har vägrat starta? Tyvärr är det väl så att vi har för stor respekt för tekniska ting och att vi uppgivet konstaterar: Ja se jag och datorer! I misstämning slänger vi sedan obetänksamt datorn i soporna. Men det finns hjälp att få. Läs följande rader innan du gör något drastiskt.

Börja med att slå på datorn. Om datorn inte startar får du slå lite hårdare. Men kom ihåg – använd aldrig mer våld än nöden kräver! Hjälper inte slag måste man ta itu med hårddisken. Efter flera års körning med en dator kan det bli en beläggning på hårddisken, s.k. plack. Men man måste ta det försiktigt, vi rekommenderar en mjuk borste. Annars kan det bli repor i e-mailen. En av våra kunder använde Svinto, men när han hade gnuggat klart var all mjukvara bortsuddad och det fanns bara hårdvara kvar. I detta sammanhang vill vi varna för oseriösa datatekniker som, när de hört symptomen, krasst konstaterar att det är något virus som går. Jo, det kan förvisso handla om virus, men i så fall bör det hela gå över efter någon vecka. Ställ gärna datorn i ett mörkt rum och dra ner på värmen.

Om datorn inte blivit bättre efter 8-10 dagar och rengöringen av hårddisken inte varit till någon gagn, kan du behöva använda ett hjälpprogram. Du skriver då slash input help (på svenska datorer skriver du helt enkelt äsch putta in hjälp, på ryska datorer blir det Putin Pomosch). Men om

datorn inte går att starta är väl detta ett fåvitskt råd, tänker du kanske. Ingalunda, det går lika bra att skriva nämnda kommandon med stora bokstäver på skärmen. Men skriv tydligt! Sedan är det bara att vänta. Om det inte sker någon förbättring, vilket uppriktigt sagt skulle förvåna, rekommenderar vi i första hand följande metod. Stäng av datorn och ställ in den i ugnen på 225 grader. Låt den stå där tills den antagit en gyllenbrun färg. Tag ut datorn och sätt igång den. Om den startar kan det komma felmeddelanden av typen: Vill du öppna ytterligare ett fönster? Ignorera alla sådan meddelanden, ev kan du öppna någon dörr på glänt, men fönstren skall vara stängda! Men om inget hjälper kan det nu vara dags för en rejäl skärmbildsundersökning. Blanda till en sats bestående av vatten, diskmedel och citronsyra. Tag några droppar av tinkturen och klicka på skärmen. Gnugga försiktigt bort alla ikoner. Har du tur kommer det nu ett meddelande av typen Nu är det helt OK!”

Men, vad gör man om ingen av de nämnda åtgärderna hjälper? Jo, då har vi det

förträffliga redskapet systemåterställning. Man sätter på datorn och just när det börjar flimra på skärmen trycker du på tangenten F12, men det gäller att vara snabb, trycker du en tiondel för sent får du upprepa proceduren. OBS! Skulle du råka trycka på F11 raderas hårddisken automatiskt. Sätt försäkerhets skull en bit tape över tangent F11 så att du inte av misstag kommer åt den. Tryck till ordentligt så att tapen sitter fast. Nu kommer en rad obegripliga frågor. Efter varje fråga klickar du på knappen "Det är väl OK". Snart visas följande meddelande: "Begäran om återställning har inte lett till någon åtgärd. Hälsningar Hb Director. Så kan det gå."

Några avslutande råd om hur man kan förebygga angrepp av virus och annat otyg. Tänk på att inte utmana ödet! Om du exempelvis går in på YouTube och lyssnar på Trojanernas intåg av Johan Halvorsen, så är det väl inte särskilt konstigt om datorn

snart är fylld av trojaner. Motsvarande om du tittar på bilder av blodhundar eller äter popcorn med SevenUp. Nej, det blir inte fler popups i det senare fallet, vi skojade bara.

I detta sammanhang vill vi ta upp en sak som många har frågat om. Många datoranvändare har på sistone fått mail med följande ordalydelse: "DD-u har ett trängande säkerhet budskap. Klicka på länken nedan. <http://www.mediasoup.goose.net/annaduck/tiger/inthewoods/> och meddela uppriktigt konto nUMber och passworden, detta är ImPortance, om ej nodsakas vi oumbarligen stopa till Ditt konto med ommgående Verkans. Vi ber UPPRIKTIGT om förståelse för denna åtgärd. Kundservice Med De bästa hälsningar Bradbandsbolaget. Om du får ett sådant brev, ignorera det! Man ska aldrig uppmuntra folk som inte lärt sig stava ordentligt."

---

## ETT JULPROBLEM

Tobias Ekholm har förmedlat följande problem:

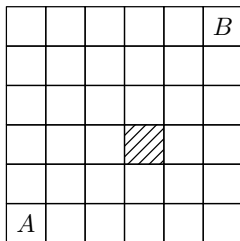
En cowboy rider genom Arizona-öknen. Han rastar i närheten av ett berg som är format som en exakt regelbunden kon. Han lockas av att ta sig upp på berget för att titta på utsikten och kastar sin lasso så att dess snara lägger sig kring bergets (konens) topp. Därefter drar han sig sakta uppför berget till toppen och betraktar nöjt den vidunderliga utsikten över ökenslätten. När han efter en stund återvänder till marken börjar han fundera över varför klättringen var möjlig. Om konen är mycket spetsig borde det vara mindre risk att repet glider av när klättringen påbörjas än om konen är mycket trubbig. Berget kan betraktas som friktionsfritt. Frågan är: Hur spetsig måste konen vara för att klättringen ska vara möjlig?

## SKOLORNAS MATEMATIKTÄVLING

Här kommer skrivningarna i den 49:e upplagan av SMT. I kvalet deltog 669 elever från 122 skolor. För att gå vidare till final krävdes minst 31 poäng av 42 möjliga. Efter varje uppgift redovisas dels antalet deltagare med maximala 7 poäng, dels genomsnittspoängen.

### Kvalificeringstävling den 29 september 2009

1. Visa att talet 2009 kan skrivas som summan av 17 positiva heltal som endast innehåller siffran 7 och ange alla sådana framställningar. Två framställningar som skiljer sig enbart beträffande termernas ordning räknas bara en gång. (256, 4.2)
2. Tre bilar körs var sin sträcka. Sträckornas längder utgör en aritmetisk talföljd. Man noterar att detsamma gäller även för tiderna och medelhastigheterna (i samma ordning). Visa att antingen tiderna eller medelhastigheterna är lika.  
*Anm.* Talen  $a$ ,  $b$  och  $c$  bildar en aritmetisk talföljd om  $b - a = c - b$ . (85, 1.2)
3. En pjäs befinner sig i rutan  $A$  och ska flyttas till rutan  $B$  i nedanstående figur. Hur många olika vägar finns det om pjäsen endast får röra sig i riktningarna höger och uppåt och dessutom inte får passera igenom den skuggade rutan? (170, 2.2)



4. Bestäm alla positiva heltalslösningar till ekvationen

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{101}.$$

(26, 1.0)

5. Bestäm de reella tal  $x \geq 0$  som uppfyller

$$\lfloor x \lfloor x \rfloor \rfloor = \lfloor x \rfloor \lfloor x \rfloor \rfloor.$$

För ett godtyckligt reellt tal  $a$  betecknar  $\lfloor a \rfloor$  det största heltal som är mindre än eller lika med  $a$  och  $\lceil a \rceil$  betecknar det minsta heltal som är större än eller lika med  $a$ . (36, 1.0)

6. Tre cylindriska stålbehållare med radier 1, 2 och 3 dm står packade tätt intill varandra. Hur stor radie kan en cylindrisk termometerstav ha för att man ska kunna sticka in den mellan de tre behållarna? (10, 0.2)

Skrivtid: 5 timmar

Formelsamling och miniräknare är *inte* tillåtna!

Till finalen i Göteborg hade 21 deltagare kvalificerat sig, en av dem lämnade återbud. Skrivningen var tydligen ganska svår att döma av resultaten. Segraren, Alexandre Loiko från Danderyds gymnasium, hade 30 p, tvåan 22 p, medan de båda treorna hade 21 p. Antalet utdelade poäng anges inom parentes.

### Finaltävling i Göteborg den 21 november 2009

1. Till en kvadratisk sal med sidan 6 m har man anskaffat fem kvadratiska mattor, två med sidan 2 m, en med sidan 2,1 m och två med sidan 2,5 m. Är det möjligt att placera ut de fem mattorna så att de inte på något ställe överlappar varandra? Mattornas kanter behöver inte vara parallella med salens väggar. (82)

2. Finn alla reella lösningar till ekvationen

$$(1 + x^2)(1 + x^3)(1 + x^5) = 8x^5.$$

(52)

3. En urna innehåller ett antal gula och gröna kulor. Man drar två kulor ur urnan (utan att lägga tillbaka dem) och beräknar sannolikheten för att båda kulorna är gröna. Kan man välja antalet gula och gröna kulor så att denna sannolikhet är  $1/4$ ? (48)

4. Bestäm alla heltalslösningar till ekvationen  $x + x^3 = 5y^2$ . (52)

5. En halvcirkelbåge och en diameter  $AB$  med längden 2 är given. Låt  $O$  vara diameterns mittpunkt. På radien vinkelrät mot diametern väljer vi en punkt  $P$  på avståndet  $d$  från diameterns mittpunkt  $O$ ,  $0 < d < 1$ . En linje genom  $A$  och  $P$  skär halvcirkeln i punkten  $C$ . Genom punkten  $P$  drar vi ytterligare en linje vinkelrätt mot  $AC$ . Den skär halvcirkeln i punkten  $D$ . Genom punkten  $C$  drar vi så en linje,  $l_1$ , parallell med  $PD$  och därefter en linje,  $l_2$ , genom  $D$  parallell med  $PC$ . Linjerna  $l_1$  och  $l_2$  skär varandra i punkten  $E$ . Visa att avståndet mellan  $O$  och  $E$  är lika med  $\sqrt{2 - d^2}$ . (10)

6. På ett bord ligger 289 enkronorsmynt och bildar ett kvadratisk  $17 \times 17$ -mönster. Alla mynten är vända med krona upp. Vid ett drag får man vända på fem mynt som ligger i rad: lodrätt, vågrätt eller diagonalt. Är det möjligt att efter ett antal sådana drag få alla mynten vända med klave upp? (9)

Skrivtid: 5 timmar

Formelsamling och miniräknare är *inte* tillåtna!

## PLUS, MINUS OCH DYNAMISKA SYSTEM

*Sten Kaijser*

Ett dynamiskt system med diskret tid brukar beskrivas med som en mängd  $X$  och en funktion  $f : X \rightarrow X$ . Ofta är man intresserad av att variera en parameter i funktionen  $f$  för att exempelvis illustrera en övergång ifrån ett system med en tydlig attraktor, varvid attraktorn kan vara antingen en fixpunkt eller en ändlig mängd av punkter som besöks periodiskt - en s.k. periodisk attraktor. (Om en periodisk attraktor har perioden  $n$  så har det dynamiska system som ges av samma mängd  $X$  men funktionen  $f^{(n)}$  definierat som  $f \circ f \circ \dots \circ f$  ( $f$  sammansatt med sig själv  $n$  gånger.) Intressanta exempel ges exempelvis av funktionen  $ax(1-x)$  där  $0 < a < 1$  är en parameter.

Det finns också intressanta dynamiska system där mängden  $X$  är ändlig. Ett roligt sådant system är det som vår egen matematikpopularisator Lars-Erik Persson har firat stora triumfer med i svenska skolor. Mängden  $X$  är mängden av alla 4-siffriga tal, där inte alla siffror är lika (talen får börja med tre nollor). Det finns 9990 sådana tal. Funktionen  $f$  definieras så att vi först skriver upp siffrorna i avtagande ordning och därunder samma siffror i växande ordning. Sedan subtraherar vi det understa och får då ett nytt 4-siffrigt tal (som eventuellt börjar med 0). Sedan upprepar vi detta. Detta ger ett dynamiskt system, med en enda attraktor. Attraktorn uppnås efter högst 8 upprepningar.

Den som vill förstå detta dynamiska system kan naturligtvis undersöka enklare system av ungeför samma typ. Man kan exempelvis se vad som händer när man har två, tre eller fem siffror, men den verkliga förenklingen är naturligtvis att använda mindre baser än 10. De två banala varianterna är att ha ensiffriga tal i vilken bas som helst eller att ha hur många siffror som helst, men bara ha ett val. Det binära är också lätt att förstå liksom det som består av tvåsiffriga tal i vilken bas som helst.

För att avsluta ska jag visa ett exempel med firsiffriga tal.

Låt oss börja med siffrorna 1,2,3 och 4. Vi får steg 1.  $4321 - 1234 = 3087$ .

Steg 2.  $8730 - 0378 = 8352$ .

Steg 3.  $8532 - 2358 = 6174$ .

Steg 4.  $7641 - 1467 = 6174$ .

Talet 6174 kallas Kaprekars tal. Mer om Kaprekars tal kan ni hitta på Lars-Eriks hemsida eller genom att söka på nätet.

Tillägg: Antag att  $abcd$  är ett firsiffrigt tal med avtagande siffror och att

$$abcd - dcba = efgh$$

Bevisa att  $ef + hg = 108$

(Med denna ledning är det lätt att bevisa att Kaprekars dynamiska system har en enda fixpunkt.)



## JULPRISTÄVLINGEN 2009

Årets tävling består av 20 moment eller frågeavsnitt. Mellan successiva avsnitt förekommer mer eller mindre tydliga övergångar, antingen via bokstavsföljder eller via något som är gemensamt innehållsmässigt. Vissa frågor (ej nödvändigtvis uttalade utan ibland enbart antydda) är markerade med fetstil. Varje sådan fråga ger en bokstav: om man samlar begynnelsebokstäverna ska man få med nästan hela alfabetet exakt en gång (vid namn eller flerordsuttryck anges vilket av orden som ska bidra med bokstav; står det ”efternamnet” är det första bokstaven i detta som ska användas). De bokstäver som fattas är Q, U, Y, Ä; däremot finns både V och W med. Naturligtvis ska även de frågor som inte är markerade med fetstil besvaras.

Lycka till med lösandet! (Om något är oklart, skicka ett e-brev till [nilsdag@hotmail.com](mailto:nilsdag@hotmail.com) eller till [dag@math.uu.se](mailto:dag@math.uu.se))

- 1. Verknummer (grundtalet).** Det handlar här om ett verk av en känd kompositör med flamskt påbrå på fädernet. Han skrev orkestermusik, kammarmusik, vokalverk och sånger, men det blev bara en opera. En sång med samma namn som en stad i Australien finns inspelad med Jussi Björling. Men nu handlar det om numret på den symfoni som skrevs 1799-1800 (vissa skisser fanns dock redan 1794) och som uruppfördes i april 1800 i den stad som han förblev trogen större delen av sitt liv och där han också ligger begravd. Symfonin blev snabbt populär, men kritikerna var lite griniga. Septimackorden i den första satsen ansågs vara en fara för konsten. Numret på symfonin bildar på ett annat språk övergång till en hård ledargestalt i nästa. *Vem är kompositören? Vilken var hans hemstad? Vad är namnet på sången?*
- 2. Ett litterärt verk.** Verket omfattar mer än hundra sånger. Här förekommer fri vers och blankvers, men även rimmade strofer. Det skildrar en resa som hade blivit livsnödvändig, det handlade om att överleva. Men resan ledde till undergång. I sång nr 81 hade den kvinnliga kaptenen dött och nu var det fritt fram för den grymme chefen. *Vad hette han? Vad hette den kvinnliga kaptenen? Vem var författaren?* Början av ledarens namn ingår i nästa nyckelord.
- 3. Något ätbart på frukostbordet.** Detta bakas av vetemjöl med mycket smör och flera ägg som kan ta hand om smörfettet. Servera gärna med lite sylt om man nu inte har en fyllning med bär eller frukt. Vi får osökt en övergång till ett familjeföretag.
- 4. Ett skånesamhälle.** Här grundades ett företag 1884, vars namn är en förkortning som anspelar på de tre söner som tog över efter pappan 1908. *Vad är företagets namn? Vad står förkortningen för?* En musiker förknippar namnet med liv och glöd. I början handlade det mycket om korgar, men efterhand sålde man allt allt från leksaker till glas, keramik och barnvagnar. Utanför Europa säljer man speciellt mycket i Japan. Orten leder oss till uppehållsplatsen för deltagarna i ett kommande stort evenemang i en stor stad.
- 5. En stad med ett känt hockeylag.** Modoiter gör succé. I lagets namn finns ett tilläggsord. *Vilket? Vad betyder detta?* Delar av evenemanget kommer att äga rum här, men också i en annan ort i närheten. När man hör det senare namnet kan

man tro att det handlar om fåglar; det finns för all del en familj av tättingar med detta namn. Men här rör det sig om ett visst slags murmeldjur och **vi undrar vad man kan kalla ett sådant djur med ett engelskt ord** med tanke på de ljud som de ger ifrån sig. (Lyssna gärna på de fascinerande ljuden på YouTube!) Från den stora staden går vi nu över till en klädespersedel.

6. *Detta plagg* bildar (eller ingår i) namnet på en folksaga. Plagget, som tillhör en gubbe, befolkas (bedjuras?) av i tur och ordning en skogsmus, en groda och en hare. Sedan blir det rena menageriet med en räv iklädd en kjol som är snäv och en varg som aldrig är arg. Så håller det på. För att få en övergång till nästa avsnitt tar vi en del av plagget eller snarare det avsedda innehållet. **Ja, vad bidde det nu (ett ord)?**
7. **En fransk skulptör (förnamnet och tillika artistnamnet).** Det tronhimmelska efternamnet antyder att det finns italienska inslag i slakten. Verket i miniatyr bildar i Frankrike motsvarigheten till den svenska guldbaggen. En större version, mer än 1 m hög, finns på Louisiana. Annars är skulptören känd för sammanpressade bilar. Namnet på nedanstående verk är tillika ett känt begrepp för motorfolk. Skulptörens namn ger associationer till en framstående person som levde långt tidigare, dock med en något annorlunda stavning. Denne person gick ett dystert öde till mötes bl a beroende på att en honom närstående person svek honom. Hur då, närstående? Jo, mamman var älskarinna till den drabbade. En morbror till svikaren var öppet motståndare till den framstående mannen. *Vad hette morbrodern? Vad hette den berömde mannen? Vem blev hans baneman?* Den sistnämnde bildar övergång till nästa avdelning.



8. **En prisad naturfotograf och förläggare (efternamnet).** Det uppgivna förnamnet är lika med förövarens i det föregående, men ändå inte. Om man nämligen kollar upp den aktuella personen, på den lilla orten i Skåne där han är bosatt, visar det sig att han har två mycket vanliga förnamn (Lars och Gunnar), men inte det ytterst ovanliga namn under vilket han är känd. Ett eftertraktat pris fick han tillsammans med en biolog för en bok om överlevnad, där han själv stod för bildmaterialet och biologen svarade för texterna. **Vad heter den senare (efternamnet)? Vilket pris handlar det om? Vad är namnet på boken?**

9. Vi fortsätter i det aktuella väderstrecket och söker **en rosad filmskapare (förnamnet)**. Lovorden gäller i första hand den senaste filmen, som av titeln att döma *inte* handlar om hemvärdet eller lottakåren. Nej, här är det en berättelse om speciella ögonblick i fem människors liv. **Vad heter filmen (första ordet)?** En av skådespelarna ser vi på bild här. I filmen spelar hon sig själv. *Vad heter hon?* För att komma över till nästa avsnitt plockar vi ut ett, ja vad då, ur filmarens förnamn och stoppar in det i nästa persons efternamn.



10. **Hustrun till en biltillverkare (sista bokstaven i efternamnet)**. Mannen gjorde alltså bilar, men han hade kanske inte fullt klart för sig att de kunde användas till något praktiskt privat. Hans fru däremot insåg nyttan av fordonen, så hon tog sina två söner och sätter sig i en av makens bilar hemma i Mannheim och susade iväg till en grannstad, dryga tio mil bort, för att hälsa på modern. Resan gick inte helt smärtfritt, bl.a. fick bilen stanna i bränsletillförseln, men hon fixade det hela med hjälp av en hårnål (i en hårnålskurva kanske). Vidare fick hon stanna och köpa bränsle på apotek längs vägen, men det handlade inte om bensin, utan ligroin, ett petrokemiskt lösningsmedel. För att komma till nästa avsnitt ber vi er ta de första bokstäverna ur bilpionjärens förnamn och använda i efternamnet till personen i nr 11.
11. **En man som valdes till en hög befattning (första förnamnet)**. Föräldrarna gav honom namn efter Johannes Döparen. Det var ingen adlig familj. Vävare och skraddare fanns på fädernet, men pappan, brodern och farbrodern satt i rätten. Mamman kunde dock knappt läsa eller skriva. Mannen vi söker talade ett språk besläktat med katalanskan, så han hade säkert hejat på Barcelona om han hade levt i dag. Han lärde sig franska i skolan även om han talade det med stark brytning livet igenom. Men han var en hejare på slagfältet, han steg snabbt i graderna och han tilldelades ett litet furstendöme i Italien som förläning. Det ligger i regionen Lazio, så han hade kanske hejat på Lazio också. I en kyrka i en mellansvensk stad skedde valet. Inte minst prästerskapet firade händelsen. I en krönika kunde man läsa: "Ärkebiskopen sågs illa ledd av tvenne doktorer och åtföljd av tio eller tolv mer eller mindre rusiga präster, föras hem från källaren där kalaset avslutats." *Vad handlade valet om? Vad är namnet på furstendömet? I vilken svensk stad stod valet? Vad heter kyrkan?* Den senare bildar övergång till en helig person.
12. **Vi söker alltså ett helgon**. Denne man gjorde ett antal mirakel som ledde till upphöjelsen. Bl.a. hade han förmågan att på håll bistå fartyg i storm. Han firas

den 6 december som anses vara hans dödsdag. Annars förknippar man honom med julen. *På vilket sätt?* Om den först nämnde helige mannen hade levt idag hade ett visst smeknamn varit tänkbart. *Vilket?* Smeknamnet (ja, även detta ord) leder oss till namnet på en känd engelsk författare. Hans debutbok från 1992 handlade om en fotbollsfantast, en annan roman från 1998 blev filmad med Hugh Grant i huvudrollen. *Vem är författaren? Vad hette de båda böckerna?* En del av författarens efternamn bildar övergång till nästa avsnitt.

13. **Mor och dotter i artistbranschen (efternamnet).** Jämmer och elände inledde moderns karriär. Guldkorn saknas dock inte om man går igenom hennes produktion. Dottern släppte sitt debutalbum i fjol, men har på kort tid skaffat sig en stor och hängiven publik med sin musik som håller en vemodigt melodisk ton. Även här kan man gå in på YouTube och lyssna (men säg ingenting till mig om ni inte uppskattar vad ni hör). Hon har förvisso fått in en fot i artistvärlden, men anser sig fortfarande ha den andra utanför. Någonstans i dessa rader finner vi **en elementär färgton** som knyter an till nästa moment. *Vad heter modern? Vad heter dottern?*
14. **I detta avsnitt rör det sig om en färgton som inte är elementär, men som är en nyans av den elementära.** Färgen påstås vara uppkallad efter en drottning som vägrade byta linne innan belägringen av det sista muslimska fästet i Europa var avslutad. Detta tog ganska lång tid, så man kan ju försöka föreställa sig hur plagget såg ut när det hela var över. Hur maken skötte sin hygien finns det inga uppgifter om. Hans namn får sekulariserade svenskar att tänka på julen. *Varför?* Om den färgklena historien är sann lär vi aldrig få veta. *Vad hette drottningen? Vilken färg rör det sig om? Vilket fäste gällde det?* Färgen är inte helt ovanlig hos exempelvis femgångare. *Vad är detta?* Vi får därmed en naturlig anledning att i snabb skritt förflytta oss till ett annat land. *Vilket?*
15. **Vulkan som exploderade.** För mer än 200 år sedan inträffade här en av de största naturkatastroferna någonsin i Europa. Ett vulkanutbrott drabbade landets södra del och medförde att en femtedel av befolkningen miste livet. Även i närliggande länder ledde utbrottet till förödelse och många dödsoffer orsakade av giftbemängda dimmoln innehållande svavelsyra och svaveldioxid. I en dåtida kyrkbok från Karlstads stift hade man dragit den rätta slutsatsen, nämligen att den ständiga skymningen berodde på utbrott från vulkaner. Antalet offer som giftmolnen förorsakade i Sverige är svårt att få en klar uppfattning om, eftersom det vid denna tid var flera epidemier i omlopp. Djuren drabbades också hårt. Hälften av all boskap i vulkanlandet dödades. *Vilket år inträffade katastrofen?*
16. **En författare i ett grannland (första bokstaven i förnamnet och fjärde bokstaven i efternamnet).** Ett ämne som inleder namnet på landet i nr 15 och författarens förnamn i pseudonymen bildar koppling. Hon ville inte kalla sina berättelser för noveller, utan menade att hon i första hand var en historieberättare, en modern *X*, som vill ”hålla döden borta”. Här står *X* för en fiktiv sagoberättare. *Vem var X?* På landets kulturministerium menar man att hon var en kanonförfattare, vilket man med rätta måste betona. En samling som är kanon har samma namn som en pjäs som skrevs av en icke oäven engelsk författare kring 1610 (ev. är namnet på samlingen dock en pluralform.). *Vad heter samlingen av berättelser? Vilken äldre författare åsyftas?*

17. Nu går vi in i vad som på danska heter *tusmørke*, dvs ett mörker som skiljer dag från natt. Att det sålunda blir en koppling till den tidsperiod under vilken *X* i nr 16 lyckades fixa uppskov är det väl inte tu tal om? Lustigt nog motsvaras det danska, dunkla ordet av ett skiljande ljus i stället för ett mörker om vi uttrycker det på ett visst annat språk. Vi har nu namnet på en film om vampyrer, som har blivit speciellt populär bland de unga. (Mången äldre föredrar måhända mer blodfulla historier.) Inför premiären av efterföljaren trissades förväntningarna upp å det grövsta, och de infriades säkerligen hos de redan bitna (ack!), medan kritikerna var ganska kallsinniga. Kristen rolltolkning kunde man tala om i båda filmerna. *Vad heter den första filmen? Vad heter uppföljaren? Vem spelade Bella i båda?* Hennes porträtt kan ses nedan. Nu går vi från den ena himlakroppen till den andra.



18. **Vi söker namnet på en skulptur (se nedanstående bild!).** Nej, läs namnet ordentligt: det är inte fråga om något värmeaggregat. Det är heller inte en fågelart. Nej, skulpturen gestaltar en svensk dikt. Högstämt utropar skalden:

*O du himmelens son  
vadan kommer du från?  
Var du med, var du med  
då den Evige satt  
och i ljusnande natt  
sådde flammande säd?*

*Vi vill veta var skulpturen står och vem som är konstnären. Vem var skalden?* En ledtråd och övergång till nästa får vi av **en sportterm** som utövaren i nr 19 är väl förtrogen med. För att få namnet på platsen måste man lägga till ett prefix till nämnda term, ett prefix som här inte är till någon ledning (hm!). Vill vi ha fler kopplingar kan vi använda inledningen till konstnärens efternamn så får vi en översättning av specialaren i nästa avdelning på köpet.



19. **En framgångsrik idrottsutövare (efternamnet)**, som har fått kvitto på att hon är bäst i världen. När hon häromåret lyckades nästan lika bra, hade arrangörerna tänkt ge henne pris som snyggaste deltagare. Men hon blev sint på gubbsen, så otacksamma är svenska idrottstjejer! Hennes efternamn passar bra i det här sammanhanget. En av favoriterna är kvarnen. Två systrar är också framgångsrika. Slutet av förnamnet ger oss spel och en början på fordonet i nästa.
20. **I en sådan åkte måhända kompositören i nr 1 efter konserten.** (Det borde han ha haft råd med; han hade ju fått 20 dukater i ersättning.) Fordonet har namn efter ett hus i Paris, men namnet är förstas anpassat efter språket. Huset är i sin tur uppkallat efter ett iriskt helgon, trädgårdsmästarnas skyddspatron, som hade sin bild på fasaden. Den förste som hyrde ut åkdon i Paris på 1600-talet bodde här. Husets namn överflyttades snart på fordonen. Husets namn ingår för övrigt i titeln på en roman från 1932 av en mycket känd, ytterst produktiv belgisk författare. *Husets namn? Helgonets namn? Vad hette författaren? Romanens titel?* På bilden ser vi ett typiskt franskt åkdon.



Därmed är kedjan med de tjugo länkarna sluten! Vi vill ha in lösningar senast fredagen den 15 januari, gärna per mail under adressen [nilsdag@hotmail.com](mailto:nilsdag@hotmail.com) För

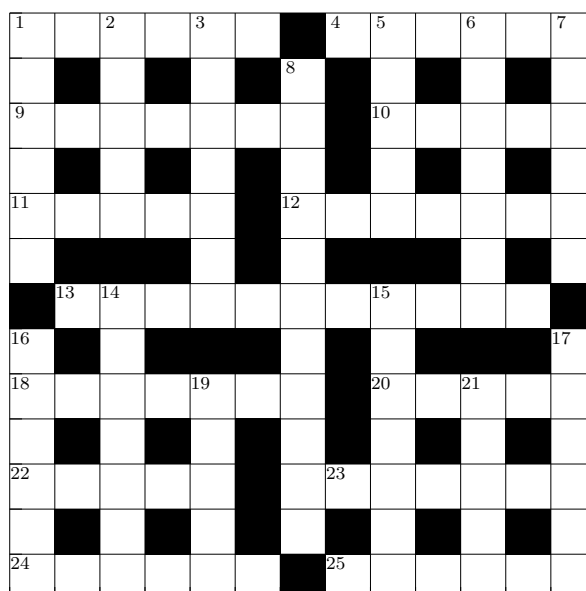
övrigt kommer information om tävlingen att finnas på red:s hemsida:

<http://www.math.uu.se/staff/pages/index.php?uname=dag>

Den 30 januari presenteras på denna sida årets pristagare.

## Ett litet korsord

Konstruktör: Anders Vretblad



### Vågrätt

1. Kan det bli när korten inte räcker till. (6)
4. Kan man flyga med en sådan. (6)
9. Ville kryssmakaren kanske ha för jobbet. (7)
10. Liten och snurrig på julafton. (5)
11. Var bas i havsbandet. (5)
12. Ses i början av meningen. (7)
13. Visar kanske vad någon gjort. (11)
18. Känner sig sparven i tranedansen. (7)
20. Inte så fräscha. (5)
22. Kan vara ett gott omdöme. (5)
23. För fot, se där! (7)
24. Inleder världsomsegling. (6)
25. Är det väl att snava på upploppet. (6)

### Lodrätt

1. Kan visa ett flöde. (6)
2. Bör nog det vatten vi spolar ut. (5)
3. Uttryck för frustration. (7)
5. Där gick det illa för ryssen i vinterkriget. (5)
6. Lärotid. (7)
7. Fredsforskare och tonsättare. (6)
8. Soldat med mer än ett gevär. (11)
14. Målmedveten herre. (7)
15. Varken han eller hon eller den. (7)
16. När en sådan spricker kan det bli ett elände. (6)
17. Provisorisk president? (6)
19. En riktig antihjälte. (5)
21. Har liknats vid ett skepp. (5)

# NÅGRA JULSUDOKUN

**Nr 1**

				2				
	4							
		5	8	9				
1								6
	8		9		4			3
9			6					5
		9	7		3	6		
					6	1	3	
6		8				4		

**Nr 2**

	6	7	8				1	
		8				7		4
			1			8		
	7				3			
					9		3	6
	4							
8		9		7		5		
5				9				
				5		6		9

**Nr 3**

		6				7		
							2	3
2					6	4		
		3			4			1
5	2						9	6
					1	2		7
				8				
4	1						5	
	8	6		5				



Nr 4

		3						
		4	8	9	3		5	
						2	7	
		8	9		7			
1						9		8
	3				6			
								4
2		5	7					
6	8		5	2				

Nr 5

				9		5	4
		7		6		1	
	9	5					
			4	2			
					6	9	
	7	6		9	1		
			8			6	9
	5		1				
3					7		

Nr 6

	1						
2				8	9		
	8		7		6		
3		1					
	2	4				1	
	9	7				4	
		3	2	9	4		
		9		3			6
							5

## Här följer svar på en del av problemen

### Svar till tävlingsproblemen.

#### Kvalet.

1. Två lösningar: (i) 1 term är 777, 16 termer är 77,  
(ii) 2 termer är 777, 5 termer är 77, 10 termer är 7
3. Antalet vägar är 152
4. Tre lösningar:  $(x, y) = (10302, 102), (102, 10302), (202, 202)$
5. Varje heltal  $x \geq 0$  samt  $0 < x < 1$  och  $1 < x < 3/2$
6. Maximala radien är  $\frac{6}{23}$

#### Finalen.

2.  $x = 1$
3. Nej, det är inte möjligt
4. Enda lösning är  $(x, y) = (0, 0)$
6. Nej, det är inte möjligt

### Svar till Elementa-problem.

1. Gäller bara för liksidiga trianglar
3.  $\sqrt{\frac{\cos(\alpha+\beta)}{\cos \alpha \cdot \cos \beta}}$  (excentriciteten anger kvoten mellan avståndet från centrum till ena brännpunkten och storaxelns längd)
5.  $32 + \sqrt{2}/8 \approx 32.18$

### Svar till Julproblemet.

När toppvinkeln är mindre än  $60^\circ$  (betrakta den uppklippta konen!)

### Lösning till korsordet:

```
S T R A F F ■ S M Ä L L A
C ■ E ■ Ö ■ A ■ O ■ E ■ G
H O N O R A R ■ T O K E R
E ■ A ■ D ■ T ■ T ■ T ■ E
M U S K Ö ■ I N I T I A L
A ■ ■ ■ M ■ L ■ ■ ■ O ■ L
■ U T S T Ä L L N I N G ■
B ■ R ■ ■ ■ E ■ ■ ■ B
U T A N F Ö R ■ U N K N A
B ■ K ■ E ■ I ■ T ■ A ■ R
B E T Y G ■ S T R U M P A
L ■ Ö ■ I ■ T ■ U ■ E ■ C
A V R E S A ■ S M Ä L E K
```



